



**GUÍA DE TRABAJO N°2**  
**FUNCIONES POLINÓMICAS Y RACIONALES.**

1) Dados los polinomios  $P(x) = 2x^2 + x - 1$ ,  $Q(x) = x^3 - 5$  y  $R(x) = 0.3x + 4$ .  
Halle, si es posible:

- a)  $P(x) + Q(x)$
- b)  $Q(x) - R(x)$
- c)  $R(x) - Q(x)$
- d)  $P(x) \cdot Q(x)$
- e)  $2P(x) \cdot R(x)$
- f)  $Q(x) : P(x)$
- g)  $R(x) : 3Q(x)$

2) Determine si los números propuestos son ceros de la función polinómica:  
 $P(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x$ .

- a) 0
- b) -2
- c) 1

3) Divida para determinar si los siguientes binomios son factores del polinomio  
 $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$ .

- a)  $x - 2$
- b)  $x - 3$
- c)  $x + 1$

4) Aplique la regla de Ruffini para determinar el cociente y el resto en los siguientes casos:

- a)  $(2x^4 + x - 1) : (1 - x)$
- b)  $(12x^4 - 30x^2 + 30x - 12) : (6x + 12)$
- c)  $(x^3 + 2x - 3x^2) : (2 + x)$

5) Divida cada polinomio **P** por **D**. luego exprese  $P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$ .

5.1)  $P(x) = x^3 + 6x^2 - x - 30$

- a)  $D(x) = x - 2$
- b)  $D(x) = x - 3$

5.2)  $P(x) = 5x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 3$



$$D(x) = 2x^2 - x + 1$$

6) Determine el polinomio  $P$  que dividido por  $x - 2$  da cociente  $x^3 - 2x^2 + 6x - 1$  y resto  $x$ .

7) Sea  $P(x) = x^5 - 2x^4 - 7x^3 + x^2 + 20$ .

- Encuentre  $P(-2)$ .
- Encuentre el resto cuando se divide  $P$  por  $(x + 2)$ .
- Compare las respuestas anteriores.
- Enuncie y demuestre el teorema del resto.

8) Las raíces de  $P(x) = x^3 + mx^2 + nx + p$ , con  $m$ ,  $n$  y  $p$  reales, son 1, 2 y 3. Entonces el cociente de  $P(x)$  por  $(x - 3)$  es:

- ( )  $\cdot x^2 + 2$
- ( )  $\cdot x^2 - 3x + 2$
- ( )  $\cdot x^2 - 2x + 1$
- ( )  $\cdot x^2 + 3x + 2$
- ( ) NRAC

9) Determinar si el número 2 es raíz del polinomio  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x$ . En caso de serlo indicar el orden de multiplicidad y las demás raíces.

10) Calcular el valor de  $b$  para que el polinomio  $x^3 - bx^2 + 5x - 1$  sea divisible por  $(x - 2)$ .

11) Factoree en el conjunto de los números reales, si es posible, los siguientes polinomios.

I. Factor común

- $P(x) = 4x + 20$
- $Q(y) = 3y^2 - 9y$
- $R(y) = 3y(2x + 5) - 4x(2x + 5)$
- $T(x) = 6bc + 12cm + 27cm - 4bx - 8nx - 18mx$

II. Trinomio cuadrado perfecto

- $R(y) = y^6 + a^4 + 2a^2y^3$ , con  $a \in \mathbb{R}$
- $T(x) = x^2 - 8x + 16$



III. Diferencia de cuadrados

- a)  $P(x) = 2x^2 - 1$
- b)  $Q(y) = \frac{3}{4}y^2 - 9$
- c)  $R(x) = a^2x^2 - 8b^2$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$
- d)  $R(y) = (y + 2)^2 - 1$

IV. Suma o diferencia de dos potencias de igual grado

- a)  $P(x) = x^3 + a^3$ , con  $a \in \mathbb{R}$
- b)  $T(x) = 125 - x^3$
- c)  $S(y) = 0.01 - y^4$

V. Factorización de trinomios de la forma  $P(x) = ax^2 + bx + c$ , siendo  $a, b$  y  $c$  reales.

- a)  $P(x) = x^2 + 8x + 15$
- b)  $Q(x) = 3x^2 - 9x - 30$
- c)  $T(x) = 2y^2 + 36y + 64$

12) Expresar los siguientes polinomios como producto de factores primos irreducibles normalizados.

- a)  $P(x) = x^2 - \frac{1}{49}$
- b)  $P(t) = 3t^2 - 21$
- c)  $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2$
- d)  $P(x) = x^3 + 1$
- e)  $P(x) = 2x^2 - 18$
- f)  $P(x) = x^2 + 5x + 16$
- g)  $P(x) = x^2 + x - 6$
- h)  $P(x) = 3x^2 - 18x + 27$
- i)  $P(x) = 2x^3 - 8x$
- j)  $P(x) = 2x^2 - 3x - 2$
- k)  $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 6$
- l)  $P(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$

13) Factorizar, operar y simplificar.

- a)  $\frac{3x^2 - 3x}{2x^3 - 2x^2} =$



- b)  $\frac{x^2 - 4}{2x - x^2} =$
- c)  $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} =$
- d)  $\frac{x^6 + 1}{x^2 + 1} =$
- e)  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} =$
- f)  $\frac{4 - x^2}{2x - 4} \cdot \frac{6}{x^2 + 4x + 4} =$
- g)  $\frac{x^4 - 16}{3x + 6} : \frac{(1/3)x^2 + (4/3)}{x - 2} =$
- h)  $\frac{2x}{x(1 - x^2)} : \frac{1}{1 + x} =$
- i)  $1 - \frac{2}{x - 1} + \frac{2}{x + 1} =$
- j)  $\left(x^4 - \frac{1}{x^2}\right) : \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)$
- k)  $\frac{x^2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{x + 1}{x - 1} =$

14) Halle el dominio y los ceros de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 1}$
- b)  $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

15) La expresión  $\frac{(1/4)x^2 - y^2}{(1/4)x^2 y - (1/2)xy^2} \cdot 3xy$  factorizada y simplificada es igual a:

- a) (     )  $\cdot \frac{1}{2}x + y$
- b) (     )  $\cdot \frac{1}{2}x - y$
- c) (     )  $\cdot 6xy$
- d) (     )  $\cdot \frac{1}{6}x^2 y$
- e) (     )  $NRAC$



16) Resuelva los siguientes sistemas utilizando el método indicado:

Sustitución

$$\begin{cases} 3x - 7y = 13 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

Igualación

$$\begin{cases} 3x - 2y = -9 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 4/9 y = 11 \\ x = 5/3 y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 13y = -14 \\ 2x - 11y = -10 \end{cases}$$

Reducción por suma o resta

$$\begin{cases} 7x - 5y = 3 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$$

Determinantes

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 6 \\ -8x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases}$$

17) Determine el conjunto solución de los siguientes sistemas lineales. Interprete geoméricamente.

a) 
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}$$

18) Representado por S y R, respectivamente, los conjuntos solución de los dos sistemas siguientes:

a) 
$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x - 3y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

19) Problemas de aplicación

a) Si a el numerador de una fracción se le suma 2, se obtiene  $5/7$  y si al denominador se le suma 2, se obtiene  $1/3$ . ¿Cuál es la fracción?

b) La diferencia entre dos ángulos complementarios es de  $32^\circ 17'$ . ¿Cuánto valen dichos ángulos?



- c) La longitud del papel enrollado en una bobina es igual a 250 veces su ancho y éste es inferior en 0.75m a la centésima parte del primero. Calcular el largo y el ancho del papel.
- d) Una persona gastó \$120 comprando biromes de \$6 cada una y lapiceras de \$9 cada una. ¿Cuántas biromes y lapiceras compró si en total recibió 15 objetos?
- e) Dos termómetros uno Celsius y otro Reaumur, se sumergen en una vasija con agua. La suma de temperaturas que marcan los dos termómetros es de  $63^\circ$ . Se sabe que los grados centígrados y reaumur están en la relación  $5/4$ . ¿Cuántos grados marca cada uno de los termómetros?
- f) El perímetro de un rectángulo es de 24cm. La diferencia entre la base y la altura es de 2cm. Calcule su área.
- g) En una juguetería donde se venden bicicletas y triciclos, Juan Pablo dijo: hay 60 ruedas; Javier agregó: hay 5 bicicletas mas que triciclos. ¿Cuántos hay de cada uno?

20) Resolver analítica y gráficamente los siguientes sistemas mixtos.

a) 
$$\begin{cases} y = -x^2 + 8x - 12 \\ y - x^2 = -6x + 5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} y = (x - 3)^2 \\ y = x - 3 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ -x^2 - 4y = 0 \end{cases}$$

21) Resolver ecuaciones fraccionarias.

a) 
$$\frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} = \frac{x + 4}{x + 1}$$

b) 
$$\frac{1}{x + 2} + \frac{1}{x - 2} = 1$$

c) 
$$\frac{9}{x^2 - 9} = \frac{2}{x - 3} - \frac{3}{x + 3}$$

22) Escribe las expresiones logarítmicas equivalentes a las siguientes exponenciales.

a)  $5^3 = 125$



b)  $4^{-2} = 1/16$

c)  $\sqrt{32} = 2$

23) Escribe las expresiones exponenciales equivalentes a las logarítmicas siguientes.

a)  $\log_9 81 = 2$

b)  $\log_{1/3} 9 = -2$

24) Simplifique la siguiente expresión y verifique el resultado.

$$\frac{\log_a \sqrt{1/8} - \log_2 16^{1/3}}{\log_8 64 \cdot \log_3 3^{1/6}} = -\frac{17}{2}$$

25) Resolver las ecuaciones siguientes.

a)  $\log_4 (3x - 2) = 2$

b)  $\log_3 (x + 1) + \log_3 (x + 3) = 1$

c)  $\log_4 (x + 3) - \log_4 x = 1$

d)  $5^{\log_5 x} = 3$

e)  $2^x + 3 \cdot 2^x = 1$

f)  $3^{2x} + 9^x = 162$

g)  $2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x = \frac{7}{2}$

26) Ecuaciones con módulo e inecuaciones.

a)  $\frac{2x-5}{5} - 1 > 3 - x$

b)  $\frac{1-x}{1+x} > 0$